METODE *SHORTCUT* UNTUK KALKULASI NILAI SEKARANG
Dimuat di Manajemen Usahawan Indonesia April 2006

Abstract: In finance or investment analysis, present value is perhaps the most important concept. If we substract initial outlay from total present value, we will get another most widely-used rule in capital budgeting called the net present value (NPV) rule. In calculating the (net) present value of an investment or a project, we usually do it one by one namely getting the present value of each cash flow in the future using the relevant discount rate. However, we can use the short-cut method using a mathematical equation when certain conditions are met. This article tries to enumerate all the mathematical formulas available to get the present value straight should the required assumptions be satisfied. Practical illustrations of the use of the formulas are also given.
Key words: present value, annuity, perpetuity

Dalam usaha untuk memenangkan persaingan dalam merebut penumpang, maskapai penerbangan Elang (Elang *Airlines*) akhirnya turut menawarkan undian berhadiah yang diadakan setiap bulan kepada para pelanggannya. Untuk membuat hadiahnya unik dan sangat berbeda dari yang pernah ada, Elang *Airlines* menawarkan pemenang hadiah utama untuk bebas memilih satu, dan hanya satu, hadiah berikut:

a. uang tunai Rp 100.000.000 hari ini
b. uang sebesar Rp 200.000.000, 8 tahun lagi
c. uang sebesar Rp 18.000.000 setiap tahun selama 10 kali mulai tahun depan
d. uang sebesar Rp 16.000.000 setiap tahun selama 10 kali mulai hari ini
e. uang sebesar Rp 40.000.000 setiap tahun selama 4 kali, tetapi mulai 5 tahun lagi
f. uang sebesar Rp 12.500.000 setiap tahun seumur hidup mulai tahun depan
g. uang sebesar Rp 11.500.000 setiap tahun seumur hidup mulai hari ini
h. uang sebesar Rp 15.000.000 setiap tahun seumur hidup mulai 5 tahun lagi
i. uang sebesar Rp 15.000.000 tahun depan, kemudian menjadi Rp 15.900.000 tahun berikutnya dan terus naik sebesar 6% setiap tahun, dan menerimanya selama 10 kali saja
j. uang sebesar Rp 13.000.000 hari ini kemudian Rp 14.040.000 tahun depan dan terus naik sebesar 8% setiap tahun, dan menerimanya selama 10 kali saja
k. uang sebesar Rp 30.000.000 mulai 4 tahun lagi kemudian menjadi Rp 32.400.000 setahun berikutnya dan terus naik sebesar 8% setiap tahun, dan menerimanya 5 kali saja
l. uang sebesar Rp 3.000.000 mulai tahun depan, dan terus naik sebesar 8% setiap tahun dan menerimanya seumur hidup
m. uang sebesar Rp 6.000.000 mulai hari ini, kemudian menjadi Rp 6.300.000 tahun depan dan terus naik sebesar 5% setiap tahun dan menerimanya seumur hidup
n. uang sebesar Rp 10.000.000 mulai 3 tahun lagi kemudian menjadi Rp 10.200.000 setahun berikutnya dan terus naik sebesar 2% setiap tahun, dan menerimanya seumur hidup

Tingkat kepastian semua hadiah di atas adalah sama. Pemenang undian diasumsikan bertindak rasional dan hanya mendasarkan keputusannya pada pertimbangan kuantitatif. Hadiah manakah yang paling menarik untuk dipilih pemenang undian jika tingkat bunga yang relevan adalah 10% p.a.?

Untuk menetukan hadiah mana yang harus dipilih pemenang, literatur keuangan mengenal dua pendekatan yaitu pendekatan nilai sekarang (*present value*) dan pendekatan nilai akan datang (*future value*). Pendekatan nilai sekarang jauh lebih populer karena pendekatan nilai akan datang masih memerlukan penjelasan tambahan mengenai kapan pastinya di masa datang. Karena itu, penulis akan menggunakan pendekatan nilai sekarang dalam menjawab kasus di atas.

Kecuali untuk pilihan a, kita harus menghitung nilai sekarang dari pilihan b hingga pilihan n. Hanya setelah semua 14 pilihan itu dapat dinyatakan dalam nilai sekarang, kita dapat memutuskan pilihan hadiah yang paling menarik yaitu yang memberikan nilai sekarang yang terbesar. Bagaimana menghitung nilai sekarang dari 13 pilihan lainnya? Paling tidak, kita bisa menggunakan persamaan dasar nilai sekarang dari satu nilai akan datang yaitu:

$$\mathbf{PV} = \frac{\mathbf{FV}}{(\mathbf{1}+\mathbf{i})^{\mathbf{n}}} \qquad \mathbf{(1)}$$

dengan PV = nilai sekarang
FV = aliran kas di masa datang
i = tingkat bunga per periode
n = jumlah periode

Dengan menggunakan persamaan dasar di atas, kita dengan mudah mendapatkan nilai sekarang dari pilihan b yaitu:

$$\mathrm{PV} = \frac{\mathrm{Rp}\ 200.000.000}{(1+0{,}1)^{8}}$$

PV = Rp 93.301.476,1

Untuk mendapatkan nilai sekarang dari 12 pilihan lainnya yaitu pilihan c hingga n, jika kita tidak menggunakan persamaan lain kecuali persamaan dasar di atas, kita harus menghitung satu per satu nilai sekarang dari aliran kas di masa datang dan menjumlahkannya. Ini tentunya tidak praktis. Pertanyaannya sekarang adalah adakah persamaan matematika yang dapat digunakan untuk mendapatkan nilai sekarang dari semua pilihan di atas? Sepanjang pengetahuan penulis, belum ada satu buku dalam literatur manajemen keuangan, matematika keuangan, dan manajemen investasi sebelum ini yang mengupas pendekatan matematis ini secara lengkap. Inilah yang mendorong penulis membuat tulisan ini dan mengalokasikan 3 bab dari 10 bab dalam buku Matematika Keuangan edisi 2 karya penulis untuk sebagian besar membahas persamaan-persamaan matematika untuk menghitung nilai sekarang.

Definisi Anuitas dan Perpetuitas

Anuitas (*annuity*) adalah rangkaian pembayaran/penerimaan sejumlah uang, umumnya sama besar, dengan periode waktu yang sama untuk setiap pembayaran. Angsuran kredit pemilikan rumah (KPR) dan bunga obligasi adalah beberapa contoh anuitas; sedangkan perpetuitas (*perpetual annuity*) adalah anuitas tak hingga yaitu jika periode waktu relatif tidak terbatas seperti pembayaran dividen saham, uang pensiun, *royalty*, dan hak cipta.

Anuitas Biasa, Anuitas Di Muka, dan Anuitas Ditunda

Pembayaran/penerimaan pertama sebuah anuitas bisa hari ini, satu periode lagi, atau setelah beberapa periode. Jika pembayaran/penerimaan adalah hari ini, anuitas disebut anuitas di muka atau *annuity due* atau *annuity in advance*. Jika pembayaran/penerimaan adalah satu periode lagi atau di akhir periode, maka anuitas disebut anuitas biasa atau *ordinary annuity* atau *annuity in arrears*. Terakhir, jika pembayaran/penerimaan pertama adalah beberapa periode lagi maka anuitas menjadi anuitas ditunda atau *deferred annuity*. Persamaan matematika untuk menghitung nilai sekarang dari masing-masing anuitas adalah berbeda.

Contoh 1 (Anuitas Biasa-Hadiah c)

$$\mathbf{PV} = \left(\frac{\mathbf{1 - (1 + i)^{-n}}}{\mathbf{i}}\right)\mathbf{A} \tag{2}$$

dengan A = besar pembayaran/penerimaan setiap periode
n = jumlah periode
i = tingkat bunga per periode

Berapa nilai sekarang dari aliran uang sebesar Rp 18.000.000 setiap tahun selama 10 kali mulai tahun depan jika tingkat bunga adalah 10% p.a.?

Jawab:

$$\text{PV} = \left(\frac{1-(1+10\%)^{-10}}{10\%}\right)\text{Rp}\,18.000.000$$

$$\text{PV} = \left(\frac{1-(1{,}1)^{-10}}{0{,}1}\right)\text{Rp}\,18.000.000$$

Dengan menggunakan kalkulator ilmiah (*scientific calculator*) 10 *digit*, kita akan mendapatkan:

PV = Rp 110.602.207,9

Contoh 2 (Anuitas Di Muka-Hadiah d)

$$\mathbf{PV} = \left(\frac{\mathbf{1 - (1 + i)^{-n+1}}}{\mathbf{i}} + \mathbf{1} \right) \mathbf{A} \tag{3}$$

Berapa nilai sekarang dari aliran uang sebesar Rp 16.000.000 setiap tahun selama 10 kali mulai hari ini jika tingkat bunga adalah 10% p.a.?

Jawab:

$$PV = \left(\frac{1 - (1 + 10\%)^{-10+1}}{10\%} + 1 \right) \text{Rp } 16.000.000$$

$$PV = \left(\frac{1 - (1{,}1)^{-9}}{0{,}1} + 1 \right) \text{Rp } 16.000.000$$

$$PV = \text{Rp } 108.144.381{,}1$$

Contoh 3 (Anuitas Ditunda-Hadiah e)

$$\mathbf{PV = PV_0 = \frac{PV_{m-1}}{(1 + i)^{m-1}} = \frac{\left(\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right) A}{(1 + i)^{m-1}}} \tag{4}$$

dengan m = jumlah periode penundaan

Pertama, kita mencari nilai sekarang pada periode (m-1) atau PV_{m-1} dari aliran kas mulai m periode lagi dengan menggunakan persamaan anuitas biasa. Kemudian kita kembali mendiskontokan nilai ini untuk mendapatkan nilai sekarang pada periode 0 atau nilai hari ini dengan menggunakan faktor diskonto $1/((1 + i)^{m-1})$.

Berapa nilai sekarang dari aliran uang sebesar Rp 40.000.000 setiap tahun selama 4 kali mulai 5 tahun lagi jika tingkat bunga adalah 10% p.a.?

Jawab: m = 5
i = 10% = 0,1
n = 4
A = Rp 40.000.000

$$\mathbf{PV = \frac{PV_{m-1}}{(1 + i)^{m-1}} = \frac{PV_4}{(1 + 0{,}1)^4}}$$

$$PV = PV_0 \quad = \quad \frac{\left(\dfrac{1-(1+10\%)^{-4}}{10\%}\right)\text{Rp } 40.000.000}{(1+10\%)^{5\text{-}1}}$$

$$PV \quad = \quad \frac{\left(\dfrac{1-(1+0{,}1)^{-4}}{0{,}1}\right)\text{Rp } 40.000.000}{(1{,}1)^{4}}$$

$$PV \quad = \quad \text{Rp } 86.602.430{,}1$$

Persamaan (2) dan (3), selain digunakan untuk menghitung nilai sekarang, juga sangat sering digunakan untuk menghitung besar angsuran bulanan untuk kredit pemilikan rumah (KPR), kredit kendaraan bermotor, dan kredit pembelian barang lainnya seperti mebel, komputer dan alat-alat elektronik. Untuk mendapatkan besar angsuran atau cicilan bulanan atau A, kita hanya perlu memanipulasi persamaan (2) dan (3) sedemikian sehingga A menjadi variabel yang ingin dicari nilainya.

Contoh 4 (Mencari Besar Angsuran dalam Anuitas Biasa)
Sepasang pengantin baru membeli sebuah rumah berharga Rp 400.000.000 dengan membayar uang muka Rp 100.000.000 (25%) dan sisanya dengan KPR. Jika tingkat bunga efektif adalah 18% p.a. atau 1,5% per bulan dan pengantin itu ingin melunasi pinjamannya dalam 10 tahun, berapa angsuran bulanan yang harus dibayarkan mulai satu bulan lagi?

Jawab:

$$PV = \left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right)A$$

$$A = \frac{PV.i}{1\text{ - }(1+i)^{-n}}$$

$$\begin{array}{llll} PV & = & KPR & = \text{Rp } 300.000.000 \\ & & i & = 1{,}5\% \text{ per periode} \\ & & n & = 10 \text{ x } 12 = 120 \end{array}$$

$$A = \frac{\text{Rp } 300.000.000\,(1{,}5\%)}{1-(1+1{,}5\%)^{-120}}$$

$$A = \frac{\text{Rp } 300.000.000\,(0{,}015)}{1-1{,}015^{-120}}$$

$$A = \text{Rp } 5.405.555{,}97$$

Untuk kredit kendaraan bermotor dan alat-alat elektronik, sangat sering pembayaran pertama harus dilakukan pada hari transaksi bersamaan dengan uang muka. Jika demikian, maka kita akan mencari besar angsuran dengan memanipulasi persamaan (3).

$$PV = \left(\frac{1-(1+i)^{-n+1}}{i} + 1 \right) A$$

$$A = \frac{PV}{\left(\frac{1-(1+i)^{-n+1}}{i} + 1 \right)}$$

Contoh 5 (Mencari Besar Angsuran dalam Anuitas Di Muka)

Sebuah mobil minibus berharga tunai Rp 80.000.000. Untuk pembelian kredit, pembeli harus menyiapkan uang muka sebesar 20% dan melunasi sisanya dalam 36 angsuran bulanan dengan bunga efektif 21% p.a. Jika angsuran pertama harus dibayarkan bersamaan dengan uang muka, berapa angsuran per bulan?

Jawab:

Besar kredit = 80% x Rp 80.000.000 = Rp 64.000.000

i = 1,75% per bulan

n = 36

$$A = \frac{\text{Rp } 64.000.000}{\left(\frac{1-(1+1{,}75\%)^{-36+1}}{1{,}75\%} + 1 \right)}$$

$$A = \frac{\text{Rp } 64.000.000}{\frac{1-(1{,}0175)^{-35}}{0{,}0175} + 1}$$

A = Rp 2.369.733,97

<u>**Perpetuitas Biasa, Perpetuitas Di Muka dan Perpetuitas Ditunda**</u>

Sama seperti anuitas, perpetuitas pun dapat dimulai pada hari ini, satu periode lagi, atau setelah m periode. Karenanya kita juga memiliki 3 persamaan nilai sekarang yang berbeda untuk perpetuitas.

Contoh 6 (Perpetuitas Biasa – Hadiah f)

Berapa nilai sekarang dari sebuah hadiah yang memberikan pemenangnya uang sebesar Rp 12.500.000 setiap tahun selama seumur hidup mulai tahun depan jika tingkat bunga adalah 10% p.a.?
Jawab :

$$\mathbf{PV = \frac{A}{i}} \qquad \textbf{(5)}$$

$$PV = \frac{Rp\,12.500.000}{10\%}$$

$$PV = Rp\,125.000.000$$

Contoh 7 (Perpetuitas Di Muka – Hadiah g)

Berapa nilai sekarang dari sebuah hadiah yang memberikan uang sebesar Rp 11.500.000 setiap tahun selama seumur hidup mulai hari ini jika tingkat bunga adalah 10% p.a.?

Jawab :

$$\mathbf{PV = \frac{A}{i} + A} \qquad \textbf{(6)}$$

$$PV = \frac{Rp\,11.500.000}{10\%} + Rp\,11.500.000$$

$$PV = Rp\,126.500.000$$

Contoh 8 (Perpetuitas Ditunda– Hadiah h)

Berapa nilai sekarang dari aliran kas sebesar Rp 15.000.000 setiap tahun selama seumur hidup mulai 5 tahun lagi jika tingkat bunga adalah 10% per tahun?

Jawab :

$$PV = \frac{\frac{A}{i}}{(1+i)^{m-1}}$$

$$\mathbf{PV = \frac{A}{i(1+i)^{m-1}}} \qquad \textbf{(7)}$$

$$PV = \frac{\text{Rp } 15.000.000}{10\%(1+10\%)^{5-1}}$$

$$PV = \frac{\text{Rp } 15.000.000}{0{,}1(1{,}1)^{4}}$$

$$PV = \text{Rp } 102.452.018{,}3$$

<u>Anuitas Bertumbuh</u>

Sampai saat ini, besar pembayaran untuk setiap periode adalah sama yaitu sebesar A. Periode pertama pembayaran dapat terjadi di awal, di akhir, atau setelah m periode. Yang ingin kita ketahui sekarang adalah bagaimana jika besar pembayaran atau penerimaan setiap periode tidak sama tetapi tumbuh atau berkembang dengan tingkat pertumbuhan yang sama yaitu g. Maksudnya jika tahun ini besarnya penerimaan adalah A maka tahun depan A_1 = A(1+g) dan tahun berikutnya $A_2 = A_1(1+g) = A_0(1+g)(1+g) = A_0(1+g)^2$ dan demikian seterusnya. Adakah persamaan untuk menghitung nilai sekarang dari rangkaian pembayaran seperti ini?

Literatur manajemen keuangan mengakui anuitas seperti ini sebagai anuitas bertumbuh (*growing annuity*) dan ternyata kita juga tidak perlu melakukan perhitungan nilai sekarang satu per satu karena ada persamaan matematika khusus untuk itu yaitu :

$$\mathbf{PV} = \left[\frac{1-\left(\frac{1+g}{1+i}\right)^{n}}{i-g}\right]\mathbf{A_1} \qquad \textbf{(8)}$$

dengan g = tingkat pertumbuhan per periode
A_1 = besar pembayaran periode 1

Contoh 9 (Anuitas Bertumbuh Biasa – Hadiah i)

Hitunglah nilai sekarang dari uang sebesar Rp 15.000.000 tahun depan, kemudian menjadi Rp 15.900.000 tahun berikutnya dan terus naik sebesar 6% setiap tahun dan menerimanya selama 10 kali saja jika tingkat bunga adalah 10% p.a.

Jawab :

$$PV = \left[\frac{1 - \left(\frac{1 + 6\%}{1 + 10\%} \right)^{10}}{10\% - 6\%} \right] Rp\ 15.000.000$$

$$PV = \left[\frac{1 - \left(\frac{1,06}{1,1} \right)^{10}}{0,04} \right] Rp\ 15.000.000$$

$$PV = Rp\ 116.081.508,1$$

Contoh 10 (Anuitas Bertumbuh Di Muka – Hadiah j)

Hitunglah nilai sekarang dari aliran uang sebesar Rp 13.000.000 hari ini, kemudian Rp 14.040.000 tahun depan dan terus naik sebesar 8% setiap tahun jika menerimanya selama 10 kali saja dan tingkat bunga adalah 10% p.a.

Jawab :

$$\mathbf{PV} = \left[\frac{\mathbf{1} - \left(\frac{\mathbf{1 + g}}{\mathbf{1 + i}} \right)^{\mathbf{n-1}}}{\mathbf{i - g}} \right] \mathbf{A_1 + A_0} \qquad \mathbf{(9)}$$

Dengan A_0 = besar pembayaran periode 0 (hari ini)

$$PV = \left[\frac{1 - \left(\frac{1 + 8\%}{1 + 10\%} \right)^{10-1}}{10\% - 8\%} \right] Rp\ 14.040.000 + Rp\ 13.000.000$$

$$PV = \left[\frac{1 - \left(\frac{1,08}{1,1} \right)^{9}}{0,02} \right] Rp\ 14.040.000 + Rp\ 13.000.000$$

$$PV = Rp\ 119.863.282,8$$

Contoh 11 (Anuitas Bertumbuh Ditunda – Hadiah k)

Hitunglah nilai sekarang uang sebesar Rp 30.000.000 mulai 4 tahun lagi, menjadi Rp 32.400.000 setahun kemudian dan terus naik sebesar 8% setiap tahun dan menerimanya 5 kali saja dengan tingkat bunga adalah 10% p.a.

Jawab :

$$\mathbf{PV} = \frac{\left[\dfrac{1-\left(\dfrac{1+g}{1+i}\right)^{n}}{i-g}\right]\mathbf{A_1}}{(1+i)^{m-1}} \qquad \mathbf{(10)}$$

$$PV = \frac{\left[\dfrac{1-\left(\dfrac{1+8\%}{1+10\%}\right)^{5}}{10\%-8\%}\right]\text{Rp } 30.000.000}{(1+10\%)^{4-1}}$$

$$PV = \frac{\left[\dfrac{1-\left(\dfrac{1,08}{1,1}\right)^{5}}{0,02}\right]\text{Rp } 30.000.000}{(1,1)^{3}}$$

PV = Rp 98.793.613,6

Tidak hanya anuitas yang dapat bertumbuh, perpetuitas pun dapat bertumbuh.

<u>Perpetuitas Bertumbuh</u>

Contoh 12 (Perpetuitas Bertumbuh Biasa – Hadiah l)

Hitunglah nilai sekarang dari uang sebesar Rp 3.000.000 mulai tahun depan, dan terus naik sebesar 8% setiap tahun dan menerimanya seumur hidup, jika tingkat bunga adalah 10% p.a.

Jawab :

$$\mathbf{PV = \frac{A_1}{i - g}} \qquad \textbf{(11)}$$

$$PV = \frac{Rp\ 3.000.000}{10\% - 8\%}$$

$$PV = Rp\ 150.000.000$$

Contoh 13 (Perpetuitas Bertumbuh Di Muka – Hadiah m)

Hitunglah nilai sekarang uang sebesar Rp 6.000.000 mulai hari ini, kemudian menjadi Rp 6.300.000 tahun depan dan terus naik sebesar 5% setiap tahun dan menerimanya seumur hidup jika tingkat bunga adalah 10% p.a.

Jawab :

$$\mathbf{PV = \frac{A_1}{i - g} + A_0} \qquad \textbf{(12)}$$

$$PV = \frac{Rp\ 6.300.000}{10\% - 5\%} + Rp\ 6.000.000$$

$$PV = Rp\ 132.000.000$$

Contoh 14 (Perpetuitas Bertumbuh Ditunda – Hadiah n)

Hitunglah nilai sekarang dari uang sebesar Rp 10.000.000 tiga tahun lagi yang terus naik sebesar 2% setiap tahun setelah itu dan menerimanya seumur hidup jika tingkat bunga adalah 10% p.a.

Jawab :

$$PV = \frac{\frac{A_1}{i - g}}{(1 + i)^{m-1}}$$

$$\mathbf{PV = \frac{A_1}{(i - g)(1 + i)^{m-1}}} \qquad \textbf{(13)}$$

$$PV = \frac{Rp\ 10.000.000}{(10\% - 2\%)(1 + 10\%)^{3-1}}$$

$$PV = \frac{\text{Rp }10.000.000}{(0,08)(1,1)^2}$$

$$PV = \text{Rp }103.305.785,1$$

Kembali ke hadiah yang ditawarkan Elang Airlines di awal tulisan ini, kita sekarang sudah mendapatkan nilai sekarang dari seluruh pilihan hadiah yaitu :

Hadiah	Nilai Sekarang
a	Rp 100.000.000
b	Rp 93.301.476,1
c	Rp 110.602.207,9
d	Rp 108.144.381,1
e	Rp 86.602.430,1
f	Rp 125.000.000
g	Rp 126.500.000
h	Rp 102.452.018,3
i	Rp 116.081.508,1
j	Rp 119.863.282,8
k	Rp 98.793.613,6
l	Rp 150.000.000
m	Rp 132.000.000
n	Rp 103.305.785,1

Berdasarkan tabel di atas, pemenang hadiah utama tanpa keraguan mestinya memilih hadiah l yaitu uang sebesar Rp 3.000.000 mulai tahun depan dan naik sebesar 8% setiap tahun selama seumur hidup karena memberikan nilai sekarang paling besar yaitu Rp 150.000.000.

Aplikasi Lain

Dalam ilustrasi untuk menjelaskan penggunaan persamaan-persamaan matematika untuk menghitung nilai sekarang di atas penulis menggunakan kasus hadiah. Aplikasi lain dari persamaan-persamaan matematika di atas adalah aliran dividen konstan atau dividen bertumbuh dari satu saham, pembayaran *royalty* dan hak cipta, penerimaan uang pensiun, dan aliran kas suatu waralaba.

Pencarian nilai intrinsik suatu saham yang memberikan dividen konstan, misalnya, dapat menggunakan persamaan (5) yaitu $P_0 = \frac{D_1}{k}$ jika dibeli sesaat setelah tanggal perdagangan dengan hak dividen artinya tanggal tanpa hak dividen di periode itu (*ex-date*) atau persamaan (6) yaitu $P_0 = \frac{D_1}{k} + D_0$ jika dibeli pada *cum-date*.

Sedangkan nilai intrinsik saham yang memberikan dividen bertumbuh dapat didekati dengan persamaan (11) atau (12) yaitu $P_0 = \frac{D_1}{k-g}$ atau $P_0 = \frac{D_1}{k-g} + D_0$, tergantung pada waktu pembelian saham. (Perhatikan $D_1 = A_1$, $D_0 = A_0$, dan $k = i$)

Demikian juga dengan penilaian harga wajar sebuah obligasi berbunga (*coupon bond*) yang menggunakan persamaan nilai sekarang untuk nilai tunggal di masa datang (untuk nilai nominalnya) dan persamaan nilai sekarang untuk aliran bunga obligasinya (anuitas biasa).

Pemahaman persamaan-persamaan matematika untuk menghitung nilai sekarang dengan jalan pintas ini juga sangat membantu dalam menerapkan aturan NPV (*NPV rule*) karena kita tinggal mengurangi total nilai sekarang (PV) dengan pengeluaran awal (*initial outlay* - IO) untuk mendapatkan NPV (NPV = PV – IO).

Secara lengkap, persamaan-persamaan matematika untuk menghitung nilai sekarang adalah sebagai berikut :

<u>No</u>	<u>Persamaan</u>	<u>Kegunaan</u>
1	$PV = \frac{FV}{(1+i)^n}$	Persamaan Dasar (Menghitung PV dari satu nilai akan datang - FV)
2	$PV = \left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right)A$	Anuitas Biasa
3	$PV = \left(\frac{1-(1+i)^{-n+1}}{i} + 1\right)A$	Anuitas Di Muka
4	$PV = \frac{\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right)A}{(1+i)^{m-1}}$	Anuitas Ditunda
5	$PV = \frac{A}{i}$	Perpetuitas Biasa

6	$PV = \frac{A}{i} + A$	Perpetuitas Di Muka
7	$PV = \frac{A}{i(1+i)^{m-1}}$	Perpetuitas Ditunda
8	$PV = \left[\frac{1-\left(\frac{1+g}{1+i}\right)^{n}}{i-g}\right] A_1$	Anuitas Bertumbuh Biasa
9	$PV = \left[\frac{1-\left(\frac{1+g}{1+i}\right)^{n-1}}{i-g}\right] A_1 + A_0$	Anuitas Bertumbuh Di Muka
10	$PV = \frac{\left[\frac{1-\left(\frac{1+g}{1+i}\right)^{n}}{i-g}\right] A_1}{(1+i)^{m-1}}$	Anuitas Bertumbuh Ditunda
11	$PV = \frac{A_1}{i-g}$	Perpetuitas Bertumbuh Biasa
12	$PV = \frac{A_1}{i-g} + A_0$	Perpetuitas Bertumbuh Di Muka

13	$PV = \frac{A1}{(i - g)(1 + i)^{m-1}}$	Perpetuitas Bertumbuh Ditunda

Kesimpulan

Nilai sekarang adalah dasar untuk memahami manajemen keuangan dan akuntansi. Penguasaan satu persamaan dasar nilai sekarang sebenarnya sudah cukup untuk kita menghitung nilai sekarang atau menerapkan aturan NPV dalam evaluasi suatu proyek atau investasi baru. Masalahnya adalah jika hanya menggunakan persamaan dasar, penghitungan nilai sekarang (PV) harus dilakukan satu per satu.

Sudah tentu ada asumsi yang harus dipenuhi untuk dapat menggunakan persamaan-persamaan itu yaitu bahwa besar aliran kas adalah sama besar, atau tidak sama besar tetapi berkembang dengan tingkat pertumbuhan yang sama besar dari periode ke periode. Jika salah satu asumsi ini terpenuhi, penggunaan persamaan matematika akan memberikan nilai sekarang yang sama dengan hasil penghitungan secara satu per satu. Paling tidak ada 13 persamaan matematika termasuk persamaan dasar yang dapat digunakan untuk menghitung nilai sekarang.

Referensi

Aseervatham, Al. 1996. *Help in Business Mathematics, A Workbook*. Prentice-Hall.

Ayres, Frank Jr. 1963. *Schaum's Outline of Mathematics of Finance*. McGraw-Hill.

Bodie, Zvi, Alex Kane, and Alan J.Marcus. 2005. *Investments*, 6th edition. McGraw-Hill.

Brigham, Eugene F. and Joel F. Houston. 1998. *Fundamentals of Financial Management*, 8th edition. South-Western.

DeFusco, Richard A., Dennis W. McLeavey, Jerald E. Pinto, and David E. Runkle. 2004. *Quantitative Methods for Investment Analysis*, 2nd edition. CFA Institute.

Frensidy, Budi. 2006. *Matematika Keuangan*, edisi 2. Salemba Empat.

Guthrie, Gary C. and Larry D. Lemon. 2003. *Mathematics of Interest Rates and Finance*. Prentice-Hall.

Harper, H. Hugh. 1986. *College Business Mathematics*. McGraw-Hill.

Johnson, Ramon E. and Robert A. Lutz. 1999. *Applied Mathematics of Finance*, 3rd edition. Kendal/Hunt Publishing.

Jones, Charles P. 2004. *Investments: Analysis and Management*, 9th edition. John Wiley & Sons.

Knox, David M., Petr Zima, and Robert L. Brown. 1990. *Mathematics of Finance*. McGraw-Hill.

Miller, Kathleen N. 1988. *Mathematics for Business, College Course*. McGraw-Hill.

Pintel, Gerald and Jay Diamond. 1989. *Basic Business Mathematics*, 4th edition. Prentice-Hall.

Reilly, Frank K. and Keith C. Brown. 2003. *Investment Analysis and Portfolio Management,* 7th edition. Thomson South-Western.

Ross, Stephen A., Randolph W. Westerfield, and Jeffrey Jaffe. 2005. *Corporate Finance*, 7th edition. McGraw-Hill.

Shao, Stephen Pinyee. 1986. *Mathematics for Management and Finance*, 5th edition. South-Western.

Zima, Petr and Joel J. Lerner. 1988. *Schaum's Outline of Theory and Problems of Business Mathematics*. McGraw-Hill.

Zima, Petr and Robert L. Brown. 1996. *Schaum's Outline of Mathematics of Finance,* 2nd edition. McGraw-Hill.

Depok, 8 Februari 2006
Budi Frensidy
Staf Pengajar FEUI dan Praktisi Pasar Modal